



Olimpiada de Matematică - Etapa Locală
Maramureș – 28 februarie 2016
Clasa a V - a

1. a) Calculați numărul $n = a + 5b - 5c - d^2 - 1^{2016}$, dacă:

$$a = 2^{3^2} : (2^3)^2$$

$$b - c = 3^3 + 3^{10} : 3^8 \cdot 3 + 3 \cdot 3^7 : 3^5 + 2 \cdot 3^{10} : (5 \cdot 3^5 + 3^5) + 9 \cdot 3^3$$

$$d = [(9^2 - 2^4 \cdot 5) : 2016^0 + 5^9 : (5^2)^4] \cdot 2^2 : 6$$

- b) Determinați numerele \overline{abc} astfel încât:

$$2 \cdot (\overline{ab} + \overline{ba}) + 2^c = 67$$

G.M. 10/2015

2. Se consideră șirul: 3, 7, 11, 15, ..., 99, ...
a) Calculați suma primilor 2016 termeni ai șirului.
b) Arătați că suma oricăror doi termeni ai șirului nu poate fi pătrat perfect.
3. Suma a 29 de numere naturale este egală cu 2016. Împărțind fiecare dintre aceste numere la numărul natural n obținem resturile egale cu 3 sau cu 4. Suma tuturor acestor resturi este egală cu 92.
a) Câte resturi, dintre cele 29 sunt egale cu 3?
b) Determinați cel mai mic număr natural n care satisface condiția din problemă.

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte
Timp de lucru 2 ore

Subiectele au fost propuse și selectate de către:

Prof. Caltea Amalia-Școala Gimnazială „Al.I. Cuza” Baia Mare

Prof. Covaciu Traian- Colegiul Național „V. Lucaciu” Baia Mare

Prof. Nagy Anamaria- Școala Gimnazială „L. Blaga” Baia Mare

Prof. Neaga Nadina- Școala Gimnazială „Dr. V. Babeș” Baia Mare

BAREM DE CORECTARE- clasa a V a

1. a) $a = 8$1 punct
 $b - c = 405$1 punct
 $d = 4$1 punct

Rezultatul calculului este 2016.....1 punct

- b) 2^c este impar 1 punct
 $c = 0$0,5 puncte
 $22 \cdot (a + b) = 66$0,5 puncte
 $a + b = 3$ 0,5 puncte
 $\overline{abc} \in \{120, 210\}$ 0,5 puncte

2. a) $a_1 + \dots + a_{29} = 2016$
 $a_1 = n \cdot c_1 + r_1$

... ..

$$a_{29} = n \cdot c_{29} + r_{29}, r_i \in \{3; 4\} \dots 1p$$

Fie a, b numărul numerelor care dau la împărțirea cu n restul 4, respectiv 3, $b = 29 - a$ 0,5 puncte

$$4a + 3(29 - a) = 92 \dots 0,5 \text{ puncte}$$

Rezolvarea ecuației 1 punct

Finalizare $a = 5, b = 24$ 1 punct

- b) $n \cdot c_1 + r_1 + \dots + n \cdot c_{29} + r_{29} = 2016$ 0,5 puncte
 $n \cdot (c_1 + \dots + c_{29}) + 92 = 2016$ 0,5 puncte
 $n \cdot (c_1 + \dots + c_{29}) = 1924$ 0,5 puncte
 $n \geq 5$ 0,5 puncte
 $1924 = 2^2 \cdot 13 \cdot 37$ 0,5 puncte
 $n_{\min} = 13$ 0,5 puncte

3. a) $t_k = 4 \cdot (k - 1) + 3$ 1 punct
 $t_{2016} = 4 \cdot 2015 + 3 = 8063$ 1 punct
 $S_{2016} = \frac{8066 \cdot 2016}{2}$ 1 punct
 $S_{2016} = 8\,130\,528$1 punct

- b) $t_k + t_i = 4 \cdot (k + i - 2) + 6$ 1 punct
 $t_k + t_i = 4 \cdot (k + i) + 2 = 4 \cdot a + 2$ 1 punct
 Finalizare.....1 punct